

用数值法分析刨花板中水分的传递过程

田惠茹

(伊春木材综合加工厂 伊春市 153000)

朱毅 蔡力平

(东北林业大学 哈尔滨 150040)

摘要 刨花板在不同的湿度环境里产生变形的主要原因是内部水分分布不均,因此了解水分在刨花板中的迁移过程、摸清其规律,对于控制刨花板的变形是非常必要的。本文在测定刨花板动态扩散系数和周边换水系数的基础上,用数值方法(有限元法和有限差分法相结合)计算分析了刨花板内水分迁移的过程,预测刨花板在某一湿度环境里储存时各处的湿度分布,并用试验验证了这计算和预测的可靠性。

关键词 刨花板;水分迁移;有限元法;有限差分法

刨花板在使用和储存过程中,由于周围空气湿度的变化,引起翘曲或变形而影响使用效果。若能了解水分在刨花板中的迁移过程,预测刨花板在不同湿度环境里储存时各处的含水率变化,就有可能有效地控制刨花板的变形。

近年来,国际上对木材、人造板中水分的迁移过程有一些研究。A.Droin^[1,2,3]以小块木材作试件,先后研究了木材纵向、纵向横向二维和三维的水分迁移模型,用有限差分法来分析计算传递过程,最后用试验验证此法的可行性。W.F.Lehmann^[4]对14种木质人造板(刨花板和纤维板)的静态扩散系数、动态扩散系数、空气渗透性、水分吸收能力、厚度和线性膨胀等性能进行了测定和研究,找出了各性能之间的关系和影响扩散系数的主要因素。但未研究板内水分迁移的模型。T.Hata^[5]对刨花板在用普通热压板热压和蒸汽喷射热压过程中板坯中的温度分布,用有限元法对其进行了数值分析。然后通过试验验证,证明了理论分析能预测刨花板在用上述两种热压过程的温度行为。J.Irundayaraj等^[6]研究了用有限元方法解多孔体中热和质耦合的迁移问题。该模型考虑了温度和含水率依赖于材料性质,并适用

于水分以液态或汽态扩散的状况。用此模型分析木材干燥过程中热量和水分迁移的过程。分析过程中,把水分扩散系数、热容量和导热系数作为变量。把分析计算结果与以前两个木材干燥过程的试验数据进行比较,证明了该模型是有效的。

综上所述,国际上对于热质迁移方面有过一些研究,但未见对刨花板在储存或使用时的水分迁移过程的报导。国内对这个领域的研究还是个空白。

1 用有限元和有限差分相结合来分析水分迁移过程

根据Fick第二扩散定理,描述二维水分扩散问题的微分方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (1)$$

式中: C —水分浓度; t —时间; D_x , D_y —在 x 、 y 方向的水分扩散系数。

为简化计算,可近似认为扩散系数 D 不随水分浓度而变化,看作常量,那么(1)式变为

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \bar{D}_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \bar{D}_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \dots\dots\dots (2)$$

式中: $\bar{D}_x$, $\bar{D}_y$ —在 x 、 y 方向的平均水分扩

收稿日期 1994-02-21

散系数。

对于刨花板中水分迁移的模型很难用解析法求解, 本研究采用有限元和有限差分相结合的数值方法来求解。有限元计算的基本方程可以从微分方程出发用权余法(weighted residual method)求得, 权余法中的伽辽金法(Galerkin's method)用得较普遍, 本文用此法推导平面含水率场的变分公式^[8]。

设微分方程

$$L\Phi - f = 0, \quad x \in [a, b] \dots\dots\dots (3)$$

假定近似解 Φ 是由包含多个待定参数 Φ_i 的多项式:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n N_i \Phi_i \dots\dots\dots (4)$$

式中: Φ_i 为待求变量值; N_i 为取自完备序列的线性无关函数。将近似解 Φ 代替严格解 Φ 代入微分方程(3)将产生一个余量 R , 即

$$L\Phi - f = R \dots\dots\dots (5)$$

我们希望余量在某种意义上为最小, 即

$$\int_{\Omega} W R d\Omega = 0 \dots\dots\dots (6)$$

式中: W 为加权函数, 积分在域内进行的。

通过选择各种加权函数, 就有可能得到与待定变量值 Φ_i 的数目相同的代数方程, 联立求解代数方程组, 便可得到诸待定变量值, 也就是微分方程的数值解。

用伽辽金法, 选用形状函数作为加权函数, 满足内积

$$(R, N_i) = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\int_{\Omega} [L(\sum N_i \Phi_i) - f] N_i d\Omega = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \dots\dots\dots (8)$$

如果 L 为线性微分算子, 则上式将给出一组线性代数方程, 联立求解这组方程, 便可得到 Φ_i 的值。

把(1)式写成

$$G[C(x, y, t)] = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

对于方程(9)取插值函数

$$\tilde{C}(x, y, t) = \tilde{C}(x, y, t, C_1, C_2, \dots, C_n) \dots\dots\dots (10)$$

式中: $C_1, C_2, \dots, C_n$ 为 n 个待定系数。

暂不考虑(10)式应满足的定解条件, 将(10)式代入(9)式, 再将(9)式代入权余法的定义式(6)得

$$\iint_G W_l \left[D \left(\frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} \right] dx dy = 0 \quad l = 1, 2, \dots, n \dots\dots\dots (11)$$

式中: G 为平面含水率场的定义域; W_l 为权函数。

根据伽辽金法对权函数的选取方式写出

$$W_l = \partial \tilde{C} / \partial C_l, \quad l = 1, 2, \dots, n \dots\dots\dots (12)$$

为在式(11)中引入边界条件, 可利用格林公式。由于格林公式把区域内的面积分与边界上的线积分联系起来, 这样就可能在线积分项中把边界条件引入。用 C 代替前面的 $\tilde{C}$, 对于本研究所考虑的第三类边界条件, 有

$$-D \frac{\partial C}{\partial n} \Big|_r = S(C - C_l) \Big|_r \dots\dots\dots (13)$$

式中: S 为刨花板边界上的换水系数; C_l 为平衡水分浓度。

对于(11)式, 考虑到格林公式的关系, 可写成

$$\frac{\partial S}{\partial C_l} = \iint_G \left[D \left(\frac{\partial W_l}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial W_l}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y} \right) + W_l \frac{\partial C}{\partial t} \right] dx dy + \oint_r S W_l (C - C_l) dS = 0, \quad l = 1, 2, \dots, n \dots\dots\dots (14)$$

将水分浓度插值函数和权函数的值代入上述方程, 经积分整理后就得到一个 n 阶的线性代数方程组, 从而解出(10)式中 n 个未知系数值。

把区域 G 划分为 E 个单元和 n 个节点, 则湿度场 $C(x, y)$ 离散为 $C_1, C_2, \dots, C_n$ 等 n 个节点的待定水分浓度值, 这时变分计算可以在单元中进行。若用三角形单元对湿度场进行离散, 用水分浓度线性插值函数对单

元作变分计算。经过推导, 再把各单元方程进行总体合成, 得 n 个代数方程, 把这方程

组写成矩阵形式, 有

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \cdots K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} \cdots K_{2n} \\ \cdots & \cdots \\ K_{n1} & K_{n2} \cdots K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \cdots \\ C_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \cdots n_{1n} \\ n_{21} & n_{22} \cdots n_{2n} \\ \cdots & \cdots \\ n_{n1} & n_{n2} \cdots n_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial C_1 / \partial t \\ \partial C_2 / \partial t \\ \cdots \\ \partial C_n / \partial t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdots \\ P_n \end{Bmatrix} \cdots \cdots (15)$$

可简写成:

$$[K]\{C\}_t + [N]\{\partial C / \partial t\}_t = \{P\}_t, \cdots \cdots (16)$$

式中: 系数矩阵 $[K]$ 称为湿度刚度矩阵, 它与水分扩散系数 D 、单元面积及节点坐标有关; $\{C\}$ 为未知水分浓度值的列向量; $[N]$ 称为动态变湿度矩阵; $\{\partial C / \partial t\}$ 为水分浓度随时间变化率的列向量; $\{P\}$ 称为等式右端已知项组成的列向量; 下标 t 表示这些向量都取 t 时刻的值。

解(16)式时, 对于 $\{\partial C / \partial t\}$ 项, 可以把时间坐标当作空间坐标一样作有限元剖分出来求解, 称之为时空有限元法。但是用此法求解的处理过程复杂, 使所要求的计算机内存和运算机时增加。本研究把 $\{\partial C / \partial t\}$ 项用有限差分格式展开的推进积分解法。这种解法的求解特点是在空间域内用有限元网格, 而在时间域内则用有限差分网格。实质上是有限单元和有限差分的混合解法, 能充分利用有限元法在空间域划分中的优点和有限差分法在时间推进上的优点。

当对 $\{\partial C / \partial t\}$ 项展开时, 采用了稳定性较好的伽辽金差分格式:

$$(2[K] + \frac{3}{\Delta t}[N])\{G\}_t = 3\{P\}_t + (\frac{3}{\Delta t}[N] - [K])\{C\}_{t-\Delta t} \cdots (17)$$

其中: Δt 为适当选取的时间步长; $\{C\}_{t-\Delta t}$ 为初始水分浓度或前一时刻的水分浓度, 从而可求出 t 时刻的水分浓度 $\{C\}_t$ 。

2 刨花板中水分迁移物性参数的测定

首先要测定刨花板的一些物性参数, 如(2)式中的水分扩散系数 $\bar{D}_s$ 和 $\bar{D}_t$, (13)

式中刨花板与周围湿空气的换水系数 S 。此时的 $\bar{D}_s$ 和 $\bar{D}_t$ 称为动态(或称非稳态)水分扩散系数, 是扩散的第二形式。动态流是当流量和水分浓度梯度在空间和时间上变化时出现的。刨花板在平面上可以看作各向同性材料, 故可考虑 $\bar{D}_s = \bar{D}_t = \bar{D}$ 。

为了能在一次测试中不仅测得动态扩散系数 $\bar{D}$, 同时还能算出换水系数 S , 测试时同一种板的试件取4个不同的厚度。试件的长宽为64mm×64mm, 四面用石蜡封住, 留出相对的两面让水分进入。把试件放入调温调湿箱内, 使温度保持在 $20 \pm 1^\circ\text{C}$, 相对湿度控制在 $83 \pm 2\%$ 。用电子天平称试件重量来决定试件吸收的水分。

根据Choong和Skaar^[7]得

$$\frac{t_{0.5}}{0.2} \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{(L/2)}{\bar{D}} + \frac{3.5}{S} \cdots (18)$$

式中: $t_{0.5}$ —含水率达平衡的一半时间(s); L —试件在水分迁移方向的厚度(cm); $\bar{D}$ —水分平均扩散系数(cm^2/s); S —表面换水系统(cm/s)。

因每组试验用4个不同厚度的试件, 故以 $(L/2)$ 为自变量, 以 $(t_{0.5}/0.2)L/2$ 为因变量进行线性回归, 回归方程的斜率为 $1/\bar{D}$, 截距为 $3.5/S$ 。本次试验用桦木和云杉的两种实检室制作的刨花板, 对于桦木刨花板, 测得动态扩散系数 $\bar{D}$ 为 $6.6231 \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$, 换水系数 S 为 $7.2377 \times 10^{-6} \text{cm}/\text{s}$; 对于云杉刨花板, 测得 $\bar{D} = 6.0379 \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$, $S = 8.7067 \times 10^{-6} \text{cm}/\text{s}$ 。

3 计算与验证

用上述已测得系数的云杉和桦木两种刨

花板,厚度为 $12\pm 0.5\text{mm}$,幅面为 $300\text{mm}\times 300\text{mm}$ 。空间域内用有限元法来离散,其单元划分如图1所示。因为此图形属于对称图形,用有限元法计算时可取其四分之一部分计算分析,再根据其对称关系定出整块板上各点的水分浓度。图1中的7、8、17、19和25点处为验证试验检测水分浓度的位置。把前面测得的扩散系数 $\bar{D}$ 和换水系数 S ,图1中各节点和单元信息都输入计算机,用求平面问题的有限元和有限差分相结合的方法求解。边界按第三类边界(式13)处理,用伽辽金格式对 $(\partial G/\partial t)$ 项展开,时间步长取 36000s (10h)。计算出各节点在各时间步长上的水分浓度值,并根据各节点的值,求得整块板的平均浓度。节点7、19和整板平均水分浓度随吸湿时间变化规律的计算值在图3和图4中用实线绘出。

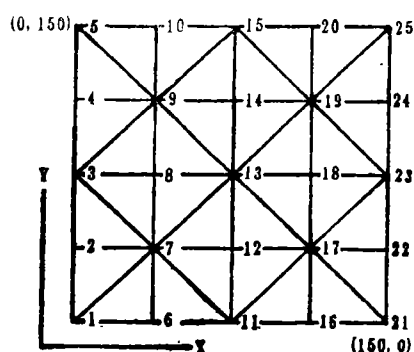


图1 用三角单元来离散样本

验证试验时把试件叠在一起(如图2所示)。试件的上下表面用不锈钢板盖住,并

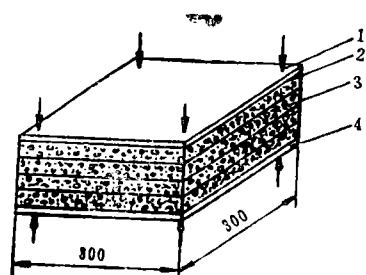


图2 验证试件的叠放形式

1.夹紧点; 2,4.不锈钢板; 3.刨花板试件

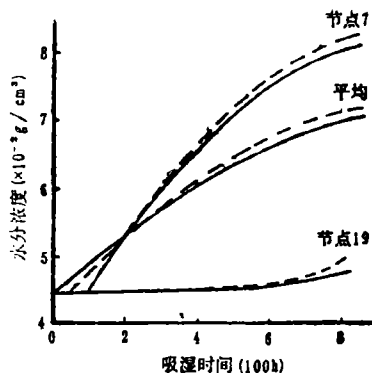


图3 云杉刨花板水分浓度随吸湿时间的变化规律
(实线为计算值,虚线为试验值)

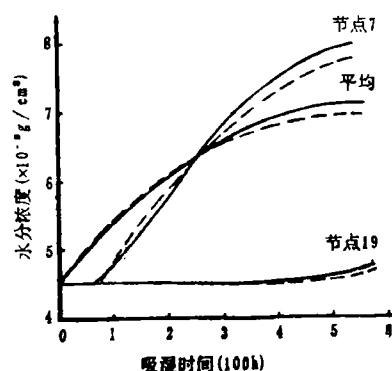


图4 桦木刨花板水分浓度随吸湿时间的变化规律
(实线为计算值,虚线为试验值)

在四角用夹子夹紧,使水分只能从板边进入板内。然后将其放入温度为 $20\pm 1^\circ\text{C}$,相对湿度为 $83\pm 5\%$ 的调温调湿箱内。每隔24h用含水率仪在节点7、8、17、19和25测量含水率,然后按下式算得水分浓度 $C(\times 10^{-2}\text{g}/\text{cm}^3)$;

$$C = M\rho$$

式中: M —试件含水率(%); ρ —试件密度(g/cm^3)。同时测板内这些点的对称点,测后求平均值。对于每块板的平均水分浓度用称重法测定,每隔24h称各块板的总重,最后在 103°C 的烘箱里把试验板烘至绝干,算得整块板的平均水分浓度。试验测得的节点7、19和整板平均水分浓度随吸湿时间的变化规律如图3、图4中的虚线所示。把试验所测得的各节点和整板平均在各时刻

的水分浓度值与计算得的值相比较,其误差均在10%以内。

4 结论

从上述理论分析、计算机计算结果和试验验证结果说明,用有限元和有限差分相结合的数值方法能有效地分析刨花板内水分迁移的过程。这对于控制刨花板的变形有着十分重大的意义。

5 参考文献

- 1 Droin A et al. Modelling the kinetics of moisture absorption by wood. Wood Sci. and Techn., 1988, 22, 11~20
- 2 Droin A et al. Modelling the absorption and desorption of moisture by wood in an atmosphere of constant and programmed relative humidity. Wood Sci. and Techn., 1988, 22 : 299~310
- 3 Droin A et al. Modelling the process of moisture absorption in three dimensions by wood samples of various shapes, cubic, parallelepipedic. Wood Sci. and Techn., 1989, 23 : 259~271
- 4 Lehmann W F. Moisture-stability relationships in wood-base composition boards. Forest Prod J., 1972, 22 (7)
- 5 Hata T et al. Production of particleboard with steam-injection. Wood Sci. and Techn., 1990, 24 : 65~78
- 6 Irudayaraj J et al. Nonlinear finite element analysis of coupled heat and mass transfer problems with an application to timber drying. Drying Technology, 1990, 8 (4) : 731~749
- 7 Choong and C. Skaar. Diffusivity and surface emissivity in wood drying. Wood Fiber, 1972, 4 (2) : 80~86
- 8 郭传良等. 计算传热学. 中国科学技术大学出版社, 1988, 合肥

Analyzing the processes of moisture transfer in particleboards by numerical method

Tian Huiru

(Yichun Wood Processing Factory, Yichun 153000)

Zhu Yi Cai Liping

(Northeast Forestry University, Harbin 150040)

Abstract The main reason of the deformation of particleboards in different moisture conditions is uneven distribution of moisture content in the particleboard. It is necessary to study the processes of moisture transfer for controlling the deformation of particleboard.

First, the moisture unsteady-state diffusion coefficients and surface emission coefficients of particleboards were determined experimentally in this study. Then the processes of moisture transfer in particleboards were analyzed and the moisture distributions of particleboards which were stored under different moisture conditions were predicted by using the numerical method—the combination of finite element method (LEM) and finite difference method (FDM). Finally, the results of computation were proved by experiments.

Keywords Particleboard, Moisture transfer, Finite element method, Finite difference method